

## SCENARIUSZ ZAAWANSOWANEGO E-MATERIAŁU

### 1. Metryczka materiału

<b>Tytuł materiału</b>	Pochodna funkcji w punkcie, funkcja pochodna
<b>Numer materiału</b>	VI.9
<b>Autorzy scenariusza</b>	Adam Makowski
<b>Weryfikacja WCAG</b>	Zespół ekspertów ds. WCAG (Dominika Gaponiuk, Agnieszka Brodowska, Urszula Grygier, Łukasz Mroziński)
<b>Weryfikacja założeń techniczno-informatycznych</b>	Zespół informatyków ds. integrowania e-materiałów pod względem technologicznym (Paweł, Tomaszek, Katarzyna Gagan, Anna Magdziarz-Tomaszek, Grzegorz Kuszczak)
<b>Weryfikacja językowa</b>	Alicja Berbeka
<b>Rodzaj multimedium</b>	wirtualna symulacja
<b>Wykorzystanie AR lub VR</b> AR - rozszerzona rzeczywistość VR - wirtualna rzeczywistość	standardowa 2D lub 3D <input type="checkbox"/> AR <input type="checkbox"/> VR
<b>Etap(y) edukacyjny(e), dla których przeznaczony jest materiał</b>	III etap: Liceum / technikum zakres rozszerzony
<b>Przedmiot(y), do nauki których przeznaczony jest materiał</b>	matematyka



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



## 2. Opis materiału

### Skrócony opis materiału (abstrakt).

Wirtualna symulacja **Pochodna funkcji w punkcie, funkcja pochodna** ma na celu ułatwienie zrozumienia pojęcia pochodnej funkcji w punkcie oraz funkcji pochodnej. Poprzez dynamiczną interpretację geometryczną, użytkownik poznaje zależności między pochodną funkcji, jej monotonicznością oraz ekstremami lokalnymi. Aplikacja umożliwia analizowanie własnych przykładów, co pozwala na praktyczne zgłębianie materiału dotyczącego funkcji różniczkowalnych na rozważanych przedziałach.

### Cel ogólny materiału

Zrozumienie pochodnej funkcji oraz zależności pochodnej funkcji z monotonicznością i ekstremum funkcji poprzez dynamiczną interpretację geometryczną pochodnej oraz podanych zależności.

### Cele z podstawy programowej kształcenia ogólnego możliwe do realizacji za pomocą materiału

#### Szkoła ponadpodstawowa

#### Matematyka( zakres rozszerzony)

Optymalizacja i rachunek różniczkowy

Uczeń:

- stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;
- stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;
- wyznacza ekstrema funkcji.

## 3. Charakterystyka materiału

### Opis zawartości merytorycznej materiału

#### Pochodna funkcji w punkcie

Uczeń może obserwować graficzną interpretację ilorazu różnicowego funkcji w sposób dynamiczny i w konsekwencji graficzną interpretację pochodnej funkcji w punkcie.

##### A. Wprowadzenie

Po wyborze odpowiedniej opcji, uczeń może odtworzyć animację z objaśnieniami lektora na temat graficznej interpretacji pochodnej funkcji w punkcie.

W animacji musi znaleźć się pojęcie ilorazu różnicowego, graniczne przejście od siecznej do stycznej.

W animacji musi zostać zobrazowana i omówiona zależność między ilorazem różnicowym, tangensem kąta nachylenia prostej siecznej (stycznej) i jej współczynnikiem kierunkowym, a w konsekwencji między współczynnikiem kierunkowym stycznej w danym punkcie do wykresu funkcji i pochodną funkcji w tym punkcie.

##### B. Samorealizacja

Uczeń ma możliwość samodzielnego wprowadzania funkcji oraz punktu  $x_0$ , w którym chce wyznaczyć pochodną. Wówczas ma możliwość przesuwania argumentu ( $x_0+h$ ) i śledzenia graficznie siecznej oraz algebraicznie wartości ilorazu różnicowego.

Za dynamiczną zmianą ilorazu różnicowego powinna podążać wyświetlana zmiana wartości kąta



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



nachylenia siecznej do osi  $Ox$ , wartość tangensa tego kąta oraz wzór siecznej. Podkreślenie w równaniu siecznej, że iloraz różnicowy i jej tangens nachylenia do osi  $Ox$  to jej współczynnik kierunkowy.

### **Pochodna a monotoniczność funkcji**

#### **A. Wprowadzenie**

Po wyborze odpowiedniej opcji, uczeń może odtworzyć animację z objaśnieniami lektora na temat zależności pomiędzy znakiem pochodnej funkcji a jej monotonicznością w przypadku funkcji różniczkowalnej na danym przedziale.

Punkt wyjścia, to pochodna funkcji w punkcie i jej znak. Ekran podzielony jest na dwa okna. Na jednym uczeń widzi graficzną interpretację pochodnej funkcji w punkcie (już tylko styczną). Na drugim widać wykres funkcji i wykres funkcji pochodnej.

W pierwszym oknie płynnie zmienia się punkt  $x_0$ , styczna oraz wyświetlana wartość pochodnej w punkcie. Równolegle w drugim oknie widać odpowiadający punkt, dynamicznie wędrujący na wykresie funkcji i na wykresie funkcji pochodnej (odpowiadający argumentowi wskazanemu w pierwszym oknie).

Całość jest uzupełniona wyjaśnieniami z komentarzem lektora.

Finalnie zobrazowanie zależności na kilku przykładach (w jednym układzie współrzędnych pojawia się funkcja i jej pochodna).

#### **B. Samorealizacja**

Uczeń ma możliwość samodzielnego wprowadzania wzoru funkcji i edytowania jej wykresu. Po kliknięciu w odpowiedni przycisk w tym samym układzie powinien pojawiać się wykres funkcji pochodnej.

W jednym kolorze powinny być widoczne fragmenty funkcji pochodnej, gdzie przyjmuje ona wartości dodatnie i w tym samym kolorze powinny być oznaczone fragmenty wykresu funkcji, gdzie jest rosnąca oraz w innym kolorze analogicznie ujemna pochodna i malejąca funkcja.

W okolicy wykresu powinny pojawić się zapisane algebraicznie przedziały, w których pochodna funkcji jest dodatnia i obok przedziały, gdzie funkcja jest rosnąca oraz przedziały, w których pochodna funkcji jest ujemna i obok przedziały, gdzie funkcja jest malejąca, aby uczeń łatwo wychwycił zależność.

Po kliknięciu w przycisk "wirtualny profesor" pojawia się komentarz z wyjaśnieniem dla wprowadzonego przykładu i omówieniem lektora prowadzącym do wskazania przedziałów monotoniczności funkcji w oparciu o znak pochodnej.

### **Ekstremum lokalne funkcji**

Podobnie jak przy monotoniczności, uczeń ma możliwość zaobserwowania graficznej interpretacji ekstremum lokalnego funkcji i jego związku z pochodną funkcji w punkcie.

#### **A. Wprowadzenie**

Po wyborze odpowiedniej opcji, uczeń może odtworzyć animację z objaśnieniami lektora na temat zależności pomiędzy pochodną funkcji a ekstremum lokalnym funkcji.

Na podstawie interpretacji graficznej wyciąga wnioski na temat warunku koniecznego i warunku wystarczającego istnienia ekstremum lokalnego.

Finalnie zobrazowanie zależności na kilku przykładach (w jednym układzie współrzędnych pojawia się funkcja i jej pochodna).

#### **B. Samorealizacja**

Uczeń ma możliwość samodzielnego wprowadzania wzoru funkcji i edytowania jej wykresu. Po kliknięciu w odpowiedni przycisk w tym samym układzie powinien pojawiać się wykres funkcji pochodnej.

W jednym kolorze powinny być widoczne fragmenty funkcji pochodnej, która przyjmuje wartości dodatnie i w tym samym kolorze powinny być oznaczone fragmenty wykresu funkcji, która jest rosnąca oraz w innym kolorze analogicznie ujemna pochodna i malejąca funkcja.



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



W okolicy wykresu powinny pojawić się zapisane algebraicznie przedziały, w których funkcja jest rosnąca oraz przedziały, w których funkcja jest malejąca oraz wnioski.

Na wykresie funkcji i osi  $Ox$  powinny być wskazane i wypisane punkty, gdzie pochodna się zeruje (pod wykresem napis „punkty podejrzane o istnienie ekstremum:” oraz wypisane te punkty). Obok tych punktów wskazane czy jest to maksimum, minimum, czy też punkt przegięcia.

Po kliknięciu w przycisk „wirtualny profesor” pojawia się komentarz z wyjaśnieniem dla wprowadzonego przykładu i omówieniem lektora, prowadzącym do ustalenia czy i dlaczego w danym punkcie jest minimum, maksimum lub punkt przegięcia.

### **Kluczowe wymagania merytoryczne i dydaktyczne dla Wykonawcy materiału, które muszą zostać uwzględnione**

Dynamiczna, graficzna interpretacja pochodnej funkcji w punkcie.  
Dynamiczna interpretacja zależności między monotonicznością funkcji i znakiem pochodnej.  
Dynamiczna interpretacja zależności między pochodną i ekstremum lokalnym funkcji.

### **Opis struktury materiału**

Uczeń na starcie ma możliwość wyboru animacji (symulacji):

1. Pochodna funkcji w punkcie;
2. Pochodna a monotoniczność funkcji;
3. Pochodna a ekstremum lokalne funkcji.

Ad. 1.

Uczeń może dokonać wyboru:

- A. Wprowadzenie;
- B. Samorealizacja.

W przypadku A. Uczeń może odtworzyć animację z objaśnieniami lektora na temat graficznej interpretacji pochodnej funkcji w punkcie.

W przypadku B. Uczeń ma możliwość samodzielnego wprowadzania funkcji oraz punktu  $x_0$ , w którym chce wyznaczyć pochodną. Wówczas ma możliwość przesuwania argumentu ( $x_0+h$ ) i śledzenia graficznie siecznej oraz algebraicznie wartości ilorazu różnicowego.

Ad. 2.

Uczeń może dokonać wyboru:

- A. Wprowadzenie;
- B. Samorealizacja.

W przypadku A. Uczeń może odtworzyć animację z objaśnieniami lektora na temat zależności pomiędzy znakiem pochodnej funkcji a jej monotonicznością w przypadku funkcji różniczkowalnej na danym przedziale.

W przypadku B. Uczeń ma możliwość samodzielnego wprowadzania wzoru funkcji i edytowania jej wykresu. Po kliknięciu w odpowiedni przycisk w tym samym układzie powinien pojawiać się wykres funkcji pochodnej.

Ad. 3.

Uczeń może dokonać wyboru:

- A. Wprowadzenie;
- B. Samorealizacja;

W przypadku A. Uczeń może odtworzyć animację z objaśnieniami lektora na temat zależności pomiędzy pochodną funkcji a ekstremum lokalnym funkcji.



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



W przypadku B. Uczeń ma możliwość samodzielnego wprowadzania wzoru funkcji i edytowania jej wykresu. Po kliknięciu w odpowiedni przycisk w tym samym układzie powinien pojawiać się wykres funkcji pochodnej.

W każdym przypadku w opcji B. Samorealizacja, uczeń ma opcję "wirtualnego profesora", który omawia i wyjaśnia wprowadzony przez ucznia przykład.

## Mechanika materiału

### Wybór zagadnienia:

- Trzy moduły do wyboru:
  - Pochodna funkcji w punkcie.
  - Pochodna a monotoniczność funkcji.
  - Pochodna a ekstremum lokalne funkcji.
- Dwa tryby działania:
  - Wprowadzenie (animacje i wyjaśnienia lektora).
  - Samorealizacja (interaktywna praca z funkcjami).

### Interaktywność:

- Możliwość wprowadzania dowolnych funkcji matematycznych do analizy.
- Intuicyjna manipulacja punktami na wykresie (np. przesuwanie  $x_0+h$ ).
- Dynamiczne zmiany wykresów w odpowiedzi na interakcję użytkownika.

### Dynamiczne wizualizacje:

- Graficzna interpretacja pochodnej funkcji w punkcie, monotoniczności i ekstremów lokalnych.
- Dynamiczne zmiany wartości algebraicznych (iloraz różnicowy, tangens kąta nachylenia) i graficznych (styczna, sieczna).
- Automatyczne generowanie wykresów funkcji pochodnych.

### Pomoc dydaktyczna:

- Funkcja „Wirtualny Profesor” zapewnia dodatkowe objaśnienia i wskazówki.
- Kolorystyczne oznaczenia rosnących i malejących fragmentów funkcji (zielony/czerwony) dla intuicyjnego zrozumienia.

### Opcje wyświetlania:

- Możliwość włączania/wyłączania opisów punktów, prostych i innych elementów.
- Czytelne legendy i opisy kluczowych wartości.
- Obsługa kilku układów współrzędnych dla lepszego kontekstu.

### Personalizacja:

- Edytowanie parametrów (np. punktu  $x_0$ , odległości  $h$ ).
- Wybór gotowych przykładów lub tworzenie własnych funkcji.

### Animacje i narracja:



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



- Płynne animacje ilustrujące przejście od siecznej do stycznej, zmiany pochodnej oraz zależności między funkcją a jej pochodną.
- Synchronizacja narracji z animacjami dla lepszego zrozumienia.

#### **Zadania edukacyjne:**

- Uczeń obserwuje i analizuje zależności między:
  - Ilorazem różnicowym a pochodną w punkcie.
  - Monotonicznością funkcji a znakiem pochodnej.
  - Ekstremami lokalnymi a zerami pochodnej.

#### **Obsługa użytkownika:**

- Intuicyjna nawigacja za pomocą myszy lub klawiatury.

### **Grafika**

#### **Układ współrzędnych**

- Prosty, czytelny układ współrzędnych zapewniający intuicyjną nawigację.
- Opcjonalna kratownica ułatwiająca orientację w przestrzeni.

#### **Linie wykresów**

- Kolorystyka linii wykresów:
  - Zielony – funkcja rosnąca.
  - Czerwony – funkcja malejąca.
- Styl linii:
  - Linia ciągła – dla stycznej.
  - Linia przerywana – dla siecznej.

#### **Oznaczenia kluczowych punktów**

- Kluczowe punkty, takie jak  $x_0$ , styczna czy sieczna, oznaczane prostymi, czytelnymi kształtami (np. kropki, małe strzałki).

#### **Legendy i opisy**

- Proste legendy wyświetlane obok wykresu dla lepszego zrozumienia treści.
- Możliwość dostosowania kroju i rozmiaru czcionki w legendach i opisach.

#### **Prezentacja wartości**

- Ważne wartości (np. współczynnik kierunkowy, iloraz różnicowy) wyświetlane w prostych, czytelnych polach obok wykresu.

#### **Kolorystyka**

- Spójna kolorystyka w całej aplikacji:
  - Zielony, czerwony i niebieski dla wyraźnej wizualizacji kluczowych elementów.
- Minimalistyczny schemat barw dla łatwej implementacji i przejrzystości.

#### **Animacje**

- Charakter animacji:
  - Proste i płynne, bez efektów 3D.
- Przykłady animacji:
  - Dynamiczne przesuwanie punktu  $x_0$  wzdłuż osi  $x$  i  $y$ , z jednoczesnym ruchem stycznej.
  - Zmiana wartości ilorazu różnicowego w czasie rzeczywistym.
- Wyróżnienia kluczowych zmian:



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



- Strzałki lub delikatne podświetlenie wskazujące zmiany, takie jak zbliżanie się siecznej do stycznej.
- Kolorystyczne wyróżnienie punktów zerowych pochodnej oraz obszarów monotoniczności.

### Przykładowe inspiracje

#### **Geogebra**

Co czerpać?

Interaktywna wizualizacja równań i funkcji.

Dynamiczne przedstawianie zmian wykresu wraz ze zmianą parametrów.

Łatwa obsługa i intuicyjne narzędzia dla użytkownika.

#### **Desmos**

Co czerpać?

Dynamiczna analiza wykresów i możliwość manipulacji funkcjami.

Prosty i przejrzysty interfejs użytkownika.

Możliwość śledzenia wartości pochodnych w czasie rzeczywistym.

## 4. Wymagania WCAG

### Opis dostosowania materiału celem spełnienia standardu WCAG

**Zaawansowany e-materiał musi uwzględniać założenia uniwersalnego projektowania w edukacji (UDL) oraz być zgodny ze standardami dostępności cyfrowej WCAG obowiązującymi na dzień ogłoszenia naboru, standardem ATAG 2.0 oraz zapisami ustawy z dnia 19 lipca 2019 r. o zapewnianiu dostępności osobom ze szczególnymi potrzebami (Dz. U. z 2019 r. poz. 1696) i ustawy z dnia 4 kwietnia 2019 r. o dostępności cyfrowej stron internetowych i aplikacji mobilnych podmiotów publicznych (Dz.U. z 2019 r. poz. 848). Powinien też uwzględniać dobre praktyki, stosowane w celu zapewnienia wysokiej jakości dostępnych cyfrowo materiałów edukacyjnych.**

Użytkownik ze szczególnymi potrzebami, korzystający z przygotowanego zaawansowanego e-materiału, powinien korzystać z mechaniki materiału (menu nawigacyjnego) w taki sam sposób, jak wszyscy użytkownicy. Należy przygotować menu, w którym wybiera on dostosowania materiału do swoich potrzeb. W ramach wybranych dostosowań zaawansowanego e-materiału użytkownik powinien korzystać ze wszystkich zaprojektowanych funkcjonalności. Zaawansowany e-materiał powinien spełniać kryteria dostępu dla technologii dotykowych (np. ekranów dotykowych), dostępności z poziomu klawiatury czy za pomocą zewnętrznych urządzeń wejściowych (np. mysz powiększona), technologii asystujących (np. czytniki ekranu). Poszczególne ułatwienia dostępu oraz ich konfiguracja powinny być dostępne w menu przed uruchomieniem aplikacji. Powinna istnieć również możliwość zapamiętania wybranych przez użytkownika ustawień, tak aby mogła być stosowana przy kolejnych uruchomieniach aplikacji przez użytkownika.

Zaawansowany e-materiał powinien spełniać następujące kryteria:

1. umożliwiać użytkownikowi z różnymi potrzebami korzystać z ułatwień dostępu, na wszystkich poziomach i etapach e-materiału;
2. posiadać instrukcję dla użytkowników z różnymi potrzebami, zawierającą informacje o sposobie korzystania z ułatwień dostępu i mechanizmach poruszania się po menu, przygotowaną za pomocą tzw. prostego języka;
3. posiadać rozwiązania z zakresu dostępności, które pozwalają uniknąć QTE lub działań związanych z łączeniem przycisków (uwzględnia ustawienie pozwalające je uprościć lub pominąć/wyłączyć);



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską





4. umożliwiać korzystanie z wirtualnej klawiatury ekranowej (jeśli materiał tego wymaga), którą można sterować za pomocą myszy lub technologii wspomagających, takich jak wzrok lub przełącznik;
5. umożliwiać skorzystanie z pomocy w sytuacjach potencjalnie trudnych, związanych z poruszaniem się po materiale;
6. użytkownik przed skorzystaniem z zaawansowanego e-materiału powinien mieć możliwość zapoznania się tutorialiem objaśniającym, jak korzystać z ułatwień dostępu;
7. mechanika zaawansowanego e-materiału powinna pozwalać na dostęp do wszystkich obszarów interfejsu użytkownika;
8. zaawansowany e-materiał powinien być dostępny za pomocą technologii asystujących, m.in. czytników ekranu, oprogramowania asystującego w technologiach mobilnych.

Jeżeli w materiale będą występowały treści nieinterpretowalne przez technologie asystujące, wykonawca zobowiązany jest zapewnić alternatywę wchodzącą w e-materiał i stanowiącą integralną całość zaawansowanego e-materiału. Bez konsultacji z ekspertami ORE nie dopuszcza się tworzenia alternatywnego (równoległego rozwiązania) dedykowanego osobom z różnymi potrzebami.

Zaawansowany e-materiał musi uwzględniać między innymi potrzeby osób:

- z ograniczeniami wzroku,
- z ograniczeniami słuchu,
- z ograniczeniami ruchu rąk i mobilności,
- z ograniczeniami możliwości poznawczych (związanymi z np. pamięcią, przetwarzaniem informacji, dysleksją),
- z zaburzeniami neurorozwojowymi i psychicznymi (np. spektrum autyzmu, ADHD, stanami lękowymi, epilepsją),
- z zaburzeniami mowy,
- korzystających z czytników ekranu.

Podczas projektowania e-materiału należy uwzględnić różne potrzeby i możliwości użytkowników ze względu na:

Ograniczenia wzroku:

- stosowanie dobrze kontrastujących kolorów, czytelnych rozmiarów i typów fontów, możliwość zmiany i indywidualnego dopasowania przez użytkownika tych elementów;
- stosowanie zawsze widocznego fokusa (przynajmniej częściowo);
- używanie kombinacji koloru, kształtów i tekstu, niestosowanie znaczenia tylko kolorem;
- umieszczanie przycisków i powiadomień w kontekście;
- stosowanie odpowiedniej wielkości, kolorów i rozmieszczenia elementów interfejsu;
- umożliwienie zmiany kolorów dla osób będących daltonistami;
- umożliwienie zmiany wielkości elementów interfejsu;
- używanie dźwięku przestrzennego i rozróżnialnych dźwięków, różnych w zależności od zdarzeń;
- umożliwienie wyboru wyglądu kursora/celownika, zmiany kształtu, wielkości, koloru, jeśli projektowana mapa interaktywna zakłada bardzo dużo obiektów;
- wyświetlanie istotnych informacji w centrum, na linii wzroku lub możliwość powiększania całości, poszczególnych elementów mapy interaktywnej;
- nawigacja i sterowanie za pomocą klawiatury;
- stosowanie tekstów alternatywnych lub audiodeskrypcji do grafik;
- elementy materiału powinny być duże i łatwe do odróżnienia oraz oddalone od siebie;
- dodanie opisów alternatywnych do obrazów i innych elementów wizualnych, które opisują treści lub funkcje;
- stosowanie dużego kontrastu między istotnymi elementami w materiale;
- użytkownicy niewidomi powinni móc skorzystać z każdej funkcjonalności materiału z poziomu klawiatury.



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską





Ograniczenia słuchu:

- stosowanie prostego języka, niestosowanie figur stylistycznych i idiomów;
- zapewnienie alternatywy tekstowej każdej kluczowej informacji dźwiękowej;
- dodanie napisów i transkrypcji do treści audio i wideo;
- możliwość modyfikacji napisów, zmiana rozmiaru/koloru oraz ich włączania i wyłączania zanim pojawi się dźwięk;
- stosowanie napisów rozszerzonych informujących o dodatkowych dźwiękach i nastroju oraz postaci mówiących;
- stosowanie prostych logicznych i spójnych układów treści;
- zapewnienie możliwości osobnej regulacji dźwięku dla różnych elementów multimedialnych w mapie interaktywnej;
- zastosowanie przełącznika dźwięku mono/stereo w materiałach filmowych i audio (jeśli takie się pojawią w zaawansowanym materiale).

Ograniczenia ruchu rąk i mobilności:

- umożliwienie w menu materiału ustawienia dużych obszarów klikalnych;
- projektowanie obsługi za pomocą klawiatury i mowy;
- unikanie tworzenia dynamicznych treści, wymagających dużego ruchu myszy;
- nieograniczanie czasu otwarcia okien, wykonania zadań;
- zapewnienie alternatywy dla akcji, wymagających równoczesnych czynności (np. klik zamiast przeciągnij i upuść);
- zapewnienie sterowania przy użyciu prostych kontrolerów.
- unikanie stosowania bardzo precyzyjnych ruchów.

Ograniczenia poznawcze oraz zaburzenia neurorozwojowe i psychiczne:

- używanie prostych, stonowanych barw;
- używanie prostego języka, bez stosowania figur stylistycznych i idiomów;
- używanie krótkich zdań i punktowania;
- używanie wyjaśnienia skrótów;
- tworzenie opisowych przycisków;
- budowanie prostych i spójnych układów treści;
- wyrównanie tekstów do lewej i zachowanie spójnego układu;
- niestosowanie dużych bloków ciężkiego tekstu;
- niestosowanie podkreślania słów, niepochyłania tekstu i pisanie wielkimi literami;
- umożliwienie zmiany kontrastu pomiędzy tłem a tekstem;
- niestosowanie ograniczenia czasowego na wykonanie zadania;
- niestosowanie presji czasowej lub związanej z możliwością wykonania tylko jednej próby wykonania zadania.

Ograniczenia związane z korzystaniem z czytników ekranów:

- opisywanie obrazów, stosownie transkrypcji, audiodeskrypcji;
- nieumieszczanie informacji tylko na obrazie lub wideo;
- nadawanie struktury treści i nieoznaczanie jej tylko rozmiarem i rozmieszczeniem tekstu;
- stosowanie liniowego logicznego układu;
- umożliwienie sterowania za pomocą klawiatury;
- tworzenie opisowych łączy.

**Powyższe wytyczne są jedynie przykładami potrzeb, jakie powinny zostać spełnione przy projektowaniu zaawansowanego e-materiału. Beneficjent konkursowy powinien zapewnić możliwie największą dostępność dla osób z różnymi potrzebami. Rozwiązania związane z zapewnieniem dostępności osobom z różnymi potrzebami Beneficjent konkursowy powinien konsultować z ekspertami ORE na poszczególnych etapach realizacji projektu konkursowego.**



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



## 5. Wymagania funkcjonalne i techniczne

### Kluczowe warunki funkcjonalne dla Wykonawców

**Aplikacja musi spełniać wymagania określone w dokumencie „Ogólne wymagania funkcjonalne i techniczne dla e-materiałów”.**

#### Ekran główny

Na ekranie głównym użytkownik ma możliwość wyboru jednego z trzech zagadnień:

1. Pochodna funkcji w punkcie
2. Pochodna a monotoniczność funkcji
3. Pochodna a ekstremum lokalne funkcji

Po kliknięciu w nazwę zagadnienia użytkownik zostaje przeniesiony do widoku z dwoma głównymi sekcjami do wyboru:

- Wprowadzenie – animowane wyjaśnienia teoretyczne.
- Samorealizacja – moduł interaktywny umożliwiający eksperymentowanie z funkcjami.

#### Realistyczna symulacja i interaktywność

Dynamiczne odwzorowanie procesów matematycznych

- Aplikacja oferuje graficzną interpretację ilorazu różnicowego oraz pochodnej funkcji w punkcie.
- Symulacja przedstawia zależności między monotonicznością funkcji, ekstremami lokalnymi a pochodną, zgodnie z zasadami matematyki różniczkowej.

Interaktywne elementy

- Użytkownik może wprowadzać dowolne funkcje matematyczne, które będą automatycznie analizowane i wizualizowane.
- Parametry takie jak punkt  $x_0$  lub odległość  $h$  można zmieniać za pomocą suwaków lub przesuwając punkty na wykresie.
- Interaktywne wykresy:
  - Powiększanie i zmniejszanie widoku.
  - Przesuwanie wykresu w obszarze roboczym.
  - Najeżdżanie kursorem na punkty w celu uzyskania szczegółowych informacji (wartości funkcji, pochodnej, współrzędnych).

Graficzne ułatwienia

- Kluczowe terminy, takie jak iloraz różnicowy czy współczynnik kierunkowy, są oznaczone na wykresach i szczegółowo objaśnione.
- Animacje zsynchronizowane z narracją lektora ułatwiają przyswajanie wiedzy.
- Jednolita kolorystyka wykresów:
  - Zielony – fragmenty funkcji rosnącej (pochodna dodatnia).
  - Czerwony – fragmenty funkcji malejącej (pochodna ujemna).
- Wirtualny Profesor: Funkcja asystenta wyjaśniającego złożone zagadnienia oraz wskazującego na błędy użytkownika.

#### Nawigacja i opcje wyświetlania

Swobodne przemieszczanie się po symulacji

- Możliwość przesuwania widoku oraz dynamicznego przełączania między modułami (pochodna w punkcie, monotoniczność, ekstrema).
- Tryby wyświetlania:
  - Pełny wykres – całkowity widok funkcji.
  - Lokalny punkt – szczegółowy widok w wybranym punkcie.

Personalizacja widoku

- Zmiana stylu graficznego (kolory, linie, legenda).
- Obsługa różnych układów współrzędnych z czytelnymi oznaczeniami osi i kluczowych punktów.



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



## Scenariusze i poziomy trudności

Trzy moduły edukacyjne

1. Pochodna funkcji w punkcie
  - Wyjaśnienie ilorazu różnicowego, stycznej w punkcie i interpretacji współczynnika kierunkowego.
2. Pochodna a monotoniczność funkcji
  - Relacja między znakiem pochodnej a monotonicznością funkcji.
3. Pochodna a ekstremum lokalne funkcji
  - Warunki konieczne i wystarczające dla ekstremów lokalnych.

Każdy moduł zawiera:

- Wprowadzenie: Animacje i narracja wyjaśniające teorię.
- Samorealizacja: Eksperymentowanie z funkcjami.

Poziomy trudności

- System umożliwia wybór gotowych funkcji i parametrów.
- Możliwość wprowadzania bardziej zaawansowanych pojęć.

System testowania wiedzy i zadania interaktywne

Ćwiczenia praktyczne

- Moduły zawierają filmy z narracją lektora oraz interaktywne ćwiczenia.
- Wizualizacje pozwalają obserwować:
  - Proces przejścia od siecznej do stycznej.
  - Związek między pochodną a monotonicznością.
  - Punktowe analizy ekstremów i zmian znaku pochodnej.

Samorealizacja

- Użytkownik może:
  - Wprowadzać wzory funkcji.
  - Obserwować interakcje między funkcją a jej pochodną.
  - Automatycznie obliczać i wizualizować przedziały monotoniczności i punkty ekstremalne.

Śledzenie postępów i zapisywanie wyników

- Historia działań użytkownika: Automatyczne zapisywanie wprowadzonych funkcji, analiz i wyników.
- Profilowanie: Raporty z wynikami, ułatwiające monitorowanie postępów w nauce.

Personalizacja przez nauczyciela

- Możliwość dostosowania parametrów symulacji (np. początkowe warunki, ograniczenia dostępnych opcji).
- Tworzenie nowych scenariuszy edukacyjnych oraz pytań kontrolnych.
- System powinien umożliwiać użytkownikowi zapisanie i wczytanie własnych ustawień symulacji, co pozwala na powrót do wcześniejszych eksperymentów i porównanie wyników.

Wymagania graficzne

- Czytelne i intuicyjne wykresy z możliwością zmiany stylu graficznego.
- Obsługa różnych układów współrzędnych i oznaczanie kluczowych punktów na wykresach.

## Kluczowe warunki techniczne dla Wykonawców



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



**Aplikacja musi spełniać wymagania określone w dokumencie „Ogólne wymagania funkcjonalne i techniczne dla e-materiałów”.**

**Raportowanie i statystyki:**

- System raportowania wyników dla nauczycieli: Funkcja umożliwiająca nauczycielom monitorowanie wyników i postępów uczniów w ćwiczeniach i zadaniach związanych z symulacją.
- Podsumowanie wyników dla użytkownika: Po zakończeniu sesji użytkownik powinien mieć możliwość przeglądania swoich wyników, co wspiera proces nauki i identyfikacji obszarów wymagających powtórzenia.



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską

